

L'indeterminazione classica: Caos ed Caos deterministico

C. Cosmelli

Dipartimento di Fisica, Sapienza Università di Roma

17. 5. 2017
Villa Mirafiori



DIPARTIMENTO DI FISICA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

0. Cosa

1. Introduzione
2. Il caos
 - a. Passato remoto - Laplace
 - b. Passato - Boltzmann
 - c. Passato prossimo – Poincaré, Heisenberg
 - d. L'altro ieri
 - i. Cosa è (oggi) il caos deterministico
 - ii. Il Cosmo: qualcosa che sappiamo di lui
3. E Laplace?

1. Introduzione

- ❖ Nella Scienza moderna è l'ultima definizione/formula/teoria che vale
- ❖ Anche per le parole, in ambito scientifico:
 - ❖ Il caso dell'energia: 1800 -1850 -1905...i ciarlatani del XX secolo.
 - ❖ La parola Caos: esistente ed utilizzata da più di 2000 anni con vari significati.
- ❖ La fisica del XX secolo:
 - ❖ Attribuisce significato scientifico alla parola "caos" (deterministico).
 - ❖ Arriva ad una descrizione molto attendibile della storia del Cosmo.
 - ❖ Lega il caos allo sviluppo di nuove strutture, alla vita, alla teoria delle catastrofi, ai frattali, alle Reti ed alle strutture emergenti.

2a. Il punto di partenza: Newton e Galilei

❖ I Principi della Dinamica

Dato un corpo, di cui conosco la posizione, la velocità..... e le forze cui è sottoposto, posso calcolare l'evoluzione temporale della sua traiettoria.

$$\bar{F} = m\bar{a}$$

L'equazione è deterministica... l'evoluzione è determinata e dipende solo dalla precisione con cui conosco i «dati» iniziali .

2a. Passato Remoto -1776

- ❖ [Pierre Simon Laplace, 1776, le certezze.](#)

- ❖ Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso racchiuderebbe in un'unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell'universo e quelli degli atomi più piccoli; [per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi.](#) (da *Essai philosophique sur les probabilités*)

2b. Passato - 1897

❖ [Ludwig Boltzmann, 1897, l'incertezza 1.](#)

❖ Se per spiegazione meccanica della natura intendiamo quella che poggia sulle leggi della meccanica usuale, dobbiamo allora dichiarare che è del tutto incerta la possibilità che l'atomismo del futuro continui ad essere una spiegazione meccanica della natura.

Le leggi di Newton non bastano più, c'è qualcosa di nuovo se ho tantissimi "oggetti" interagenti. Nascono le leggi della Termodinamica, l'evoluzione temporale dei fenomeni naturali, la descrizione statistica di molte proprietà...

2b. Passato prossimo - 1903

❖ Henri Poincaré 1903, l'incertezza 2.

❖ Una causa piccolissima che sfugge alla nostra attenzione determina un effetto considerevole che non possiamo mancare di vedere, e allora diciamo che l'effetto è dovuto al caso. Se conoscessimo esattamente le leggi della natura e la situazione dell'universo all'istante iniziale, potremmo prevedere esattamente la situazione dello stesso universo in un istante successivo. Ma se pure accadesse che le leggi naturali non avessero più alcun segreto per noi, anche in questo caso potremmo conoscere la situazione iniziale solo approssimativamente. Se questo ci permettesse di prevedere la situazione successiva con la stessa approssimazione, non ci occorrerebbe di più e dovremmo dire che il fenomeno è stato previsto, che è governato da leggi. Ma non è così, può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. **La previsione diventa impossibile e si ha un fenomeno fortuito.** (da *Science et méthode*).

2b. Passato prossimo -1927

❖ Werner Heisenberg, 1927, l'incertezza intrinseca

Per ogni sistema fisico esistono **coppie di grandezze fisiche** che **non possiedono** contemporaneamente valori definiti.

❖ Il Principio d'Indeterminazione: la realtà microscopica non è definita, di per sé.

❖ Ma riusciamo ugualmente a far partire una macchina girando la chiave d'accensione.

❖ ...e non c'entra nulla con il caos.

❖ Coppie tipiche: [posizione, quantità di moto mv) // [Energia, tempo]

I significati del Principio di Indeterminazione - 1a

1) **Versione soft o dell'azione a disturbo:**

Le relazioni di indeterminazione, stabiliscono che l'osservazione, per esempio, della posizione x di un oggetto microscopico altera in maniera non controllata il valore della quantità di moto $p=mv$ (della velocità assumendo $m = \text{costante}$).

Questa è una conseguenza quasi naturale tenendo conto delle energie in gioco per i corpi microscopici, e della descrizione in termini di onda-particella di ogni "oggetto" fisico.

Esempio:

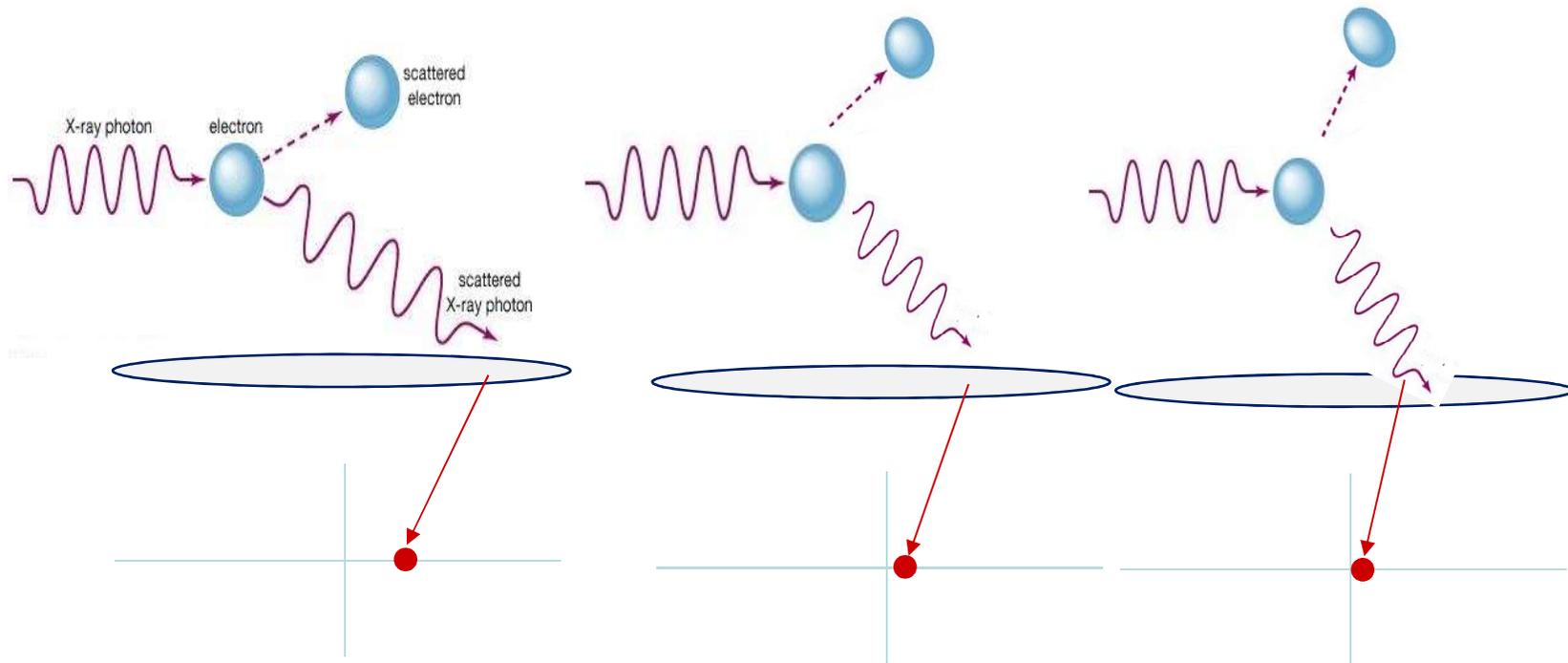
Supponiamo di voler misurare la posizione di un elettrone: dovremo «illuminarlo» inviando almeno un fotone su di esso e vedendo come e dove viene deflesso.

Questo processo provoca un rinculo dell'elettrone con un angolo ed una velocità **arbitraria (genuinamente arbitraria cioè imprevedibile)**; quindi un'ipotetica misura di velocità fatta appena dopo l'urto darebbe un'informazione molto limitata sulla velocità che aveva l'elettrone prima che fosse investito dal fotone.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{oppure} \quad \Delta x \cdot \Delta v \geq \frac{\hbar}{2m}$$

I significati del Principio di Indeterminazione – 1b

Misurare la posizione di un elettrone tramite un fotone.



Il fotone diffuso esce ogni volta con una direzione casuale (**perché questo prevede la meccanica quantistica**), un'energia casuale, e viene rivelato con un'incertezza che proibisce di ricostruire esattamente e contemporaneamente la posizione e la velocità iniziali dell'elettrone.

I significati del Principio di Indeterminazione – 2a

Versione hard o dell'indeterminazione intrinseca:

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq \frac{\hbar}{2m} \quad (1)$$

[W. Heisenberg *Physical Principles of Quantum Theory* (1929)]

«Questa relazione di incertezza specifica i limiti entro cui si può applicare la descrizione di particella. **Ogni utilizzo delle parole “posizione” e “velocità” con un'accuratezza che eccede quella data dall'equazione (1) è senza significato, come l'utilizzo di parole il cui significato non è definito.»**

L'indeterminazione nelle coppie $[x,p]$, $[E,t]$ [...,...] non è solo una conseguenza di un eventuale processo di misura, ma è una indeterminazione «intrinseca» del sistema fisico.

Per ogni sistema esistono coppie di grandezze fisiche che **non possiedono** contemporaneamente valori definiti, **indipendentemente dal fatto che vengano misurate o no!**

- Il sistema quantistico non è né un'onda né una particella. Quindi non posso usare, per descriverlo, i termini «posizione» e «velocità» con accuratezza infinita.
- Heisenberg: **le parole** posizione e velocità non hanno senso, non essendo definite.

Il formalismo della MQ: come viene descritta la realtà

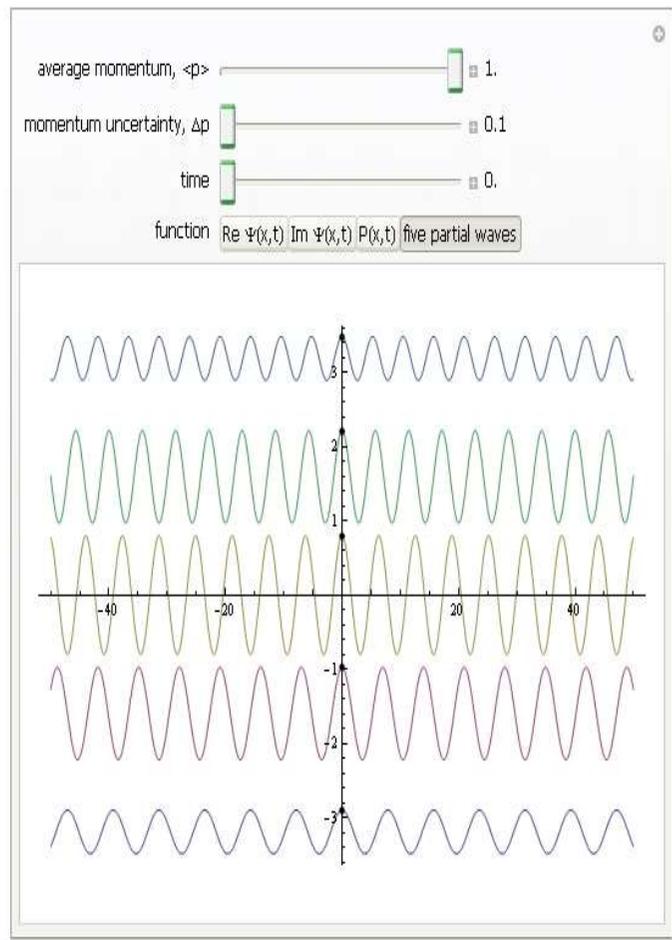
Come era in Meccanica Classica: Lo stato di un sistema viene dato assegnando il valore delle grandezze fisiche reali alle varie proprietà del sistema (possedute oggettivamente dal sistema): Posizione, velocità, massa, carica elettrica.....forma/e.....

Il principio della MQ: Lo stato di un sistema viene dato assegnando la sua **funzione d'onda**. Questa funzione contiene **TUTTA** l'informazione relativa allo stato del sistema

Esempio di una funzione d'onda (molto semplificato). 1

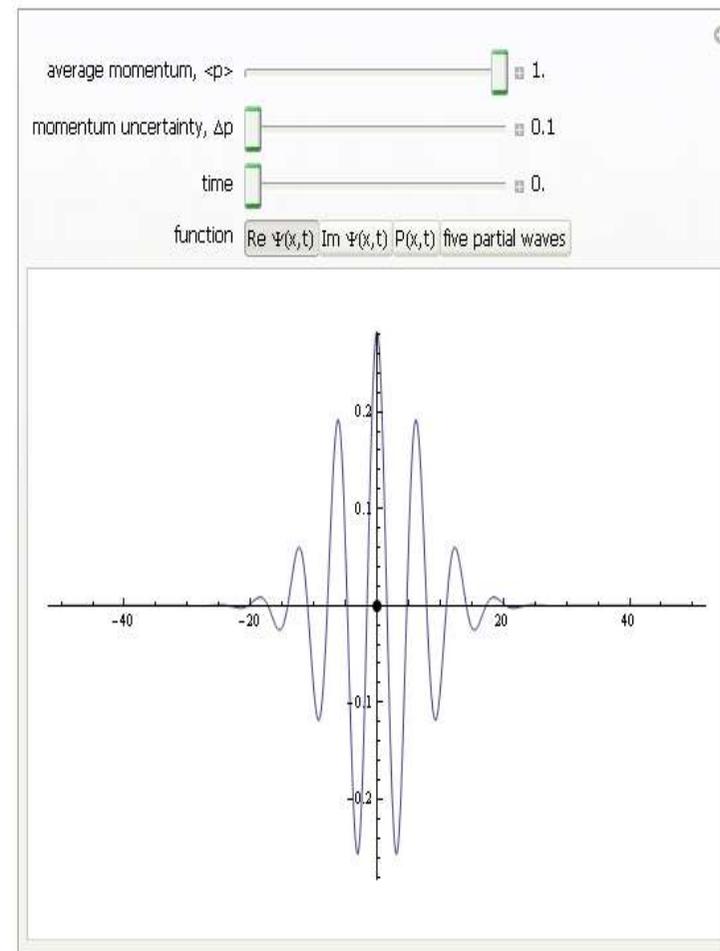
1. Qui vediamo le 5 onde che compongono una possibile funzione d'onda di una particella libera. Ho 5 onde con frequenza, e ampiezza differente

Wavepacket for a Free Particle



2. Sommandole si ottiene **la funzione d'onda $\psi(\mathbf{r},\mathbf{t})$** , il cosiddetto "pacchetto d'onda"

Wavepacket for a Free Particle



Il Pdl e le onde classiche

ANALOGIA CLASSICA (Attenzione è un'analogia!) con le onde "fisiche"

Le onde sonore emesse da uno strumento:

- se il suono è lungo posso individuare molte bene che nota sto suonando (i violini che accordano l'orchestra suonando una nota a lungo)...la frequenza....
- Se il suono è molto breve...è una somma di molte frequenze. Non posso accordare gli strumenti usando un colpo di tamburo.

Quindi:

- Se il suono è lungo non posso definire esattamente quando è stato emesso.
- Se il suono è breve non posso definire una frequenza precisa.

-La spiegazione corretta: un'onda può essere descritta

- dalla sua ampiezza: $f(x,t^*)$ mi da l'ampiezza dell'onda in funzione della posizione e del tempo, è la classica senoide per un'onda ad una sola frequenza.
- dalla sua trasformata di Fourier: $f(\omega,t^*)$... mi da l'ampiezza delle varie armoniche dell'onda.

Meccanica Classica: $\Delta f \cdot \Delta t \sim 1$

Meccanica Quantistica: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$

Ma le onde della Meccanica quantistica sono le funzioni d'onda... e il parallelo è legato al fatto che ad una particella posso associare un onda di $\lambda = h/p$

I significati del Principio di Indeterminazione, un calcolo – 2b

Esempio:

Il calcolo – molto approssimato - del raggio della prima orbita dell'elettrone nell'atomo di Bohr (1s)

L'elettrone sente il potenziale elettrostatico generato dal protone a distanza r : $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

Supponiamo che l'elettrone sia confinato in una sfera di raggio r_0 (da determinare), quindi $\Delta r \sim r_0$

Il Pdl ci fornisce la minima indeterminazione su p : $\Delta p \geq \frac{\hbar}{r_0}$, quindi la sua energia cinetica sarà:

$$T_{\min} = \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{r_0^2} \frac{1}{2m} \quad \text{e l'Energia totale: } E = T(r_0) + V(r_0) = \frac{\hbar^2}{r_0^2} \frac{1}{2m} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

questa funzione ha un minimo per $r_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m q^2} \sim 2,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

Il raggio dell'orbita dell'elettrone è fissato dal Pdl.....senza che nessuno lo guardi!

Perché gli effetti quantistici spesso non si vedono? Qualche calcolo

De Broglie dice che ad ogni corpo è associata un'onda...ma perché devo utilizzarla per calcolare cosa succede ad un elettrone in un atomo e non ad un pianeta intorno al Sole?

La lunghezza d'onda associata ad un corpo è: $\lambda = \frac{h}{mv}$ e gli effetti li vedo quando il corpo interagisce con oggetti delle dimensioni di λ .

Un'onda manifesta i fenomeni di interferenza e diffrazione quando interagisce con un oggetto delle stesse dimensioni della sua lunghezza d'onda.

La Terra: $\lambda = \frac{h}{M_T V_T} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{24} \cdot 30 \cdot 10^3} \cong 4 \cdot 10^{-63} \text{ m} \text{ !!!!!!}$

Una palla da tennis: $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{60 \text{ g} \cdot 200 \text{ km/ora}} \cong 2 \cdot 10^{-34} \text{ m}$

Un granello di polvere da 1 μ m: $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{10^{-15} \cdot 1 \text{ cm/s}} \cong 0,7 \cdot 10^{-16} \text{ m}$

Un elettrone (nell'atomo di H): $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{0,9 \cdot 10^{-30} \cdot 2,3 \cdot 10^6} \cong 3,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

...il diametro dell'atomo di H è circa $1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, la circonferenza $\cong 3,1 \cdot 10^{-10} \text{ m} !$

Il Principio di Indeterminazione – Qualche calcolo. 1

Il P.d.I. $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$ Δx rappresenta l'incertezza che ho sulla x

Oppure, scrivendo $p=m \cdot v$, $\Delta x \cdot m \Delta v \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x \cdot \Delta v \geq \frac{h}{2\pi m}$

Un esempio «classico»

Un granello di polvere con: $\varnothing \cong 1 \mu\text{m}$; $m \cong 10^{-15} \text{ kg}$; $v \cong 1 \text{ mm/s}$

Supponiamo di averlo fotografato con un microscopio, con una precisione $\Delta x = 0,1 \mu\text{m}$.

Quindi, per il P.d.I. , l'incertezza sulla velocità sarà almeno:

$$\Delta v \geq \frac{1}{\Delta x} \frac{h}{2\pi m} = \frac{1 \cdot 10^{-34}}{0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-15}} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m/s} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ mm/s}$$

Quindi l'incertezza esiste, ma è talmente piccola che non me ne posso accorgere, in ogni caso non avrò mai la possibilità di misurarla.

Dal punto di vista pratico il granello di polvere ha una posizione ed una velocità perfettamente definite.

Quindi il Pdi non entra nella definizione delle caratteristiche di «oggetti» non «quantistici»

Il Principio di Indeterminazione – Qualche calcolo. 2

Un esempio «microscopico»; sempre l'elettrone che gira intorno al protone

Un elettrone con: $v = 2 \cdot 10^6$ m/s

Supponiamo di aver misurato la velocità con un'incertezza del 10%:

$$\text{Quindi } \Delta v = 0,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad \Delta p = m \cdot \Delta v = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,2 \cdot 10^6 \cong 2 \cdot 10^{-25} \text{ kg m/s}$$

Quindi, per il P.d.I. , l'incertezza sulla posizione sarà almeno:

$$\Delta x \geq \frac{h}{4\pi\Delta p} = \frac{0,5 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-25}} = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Il raggio di Bohr dell'elettrone è di circa $5 \cdot 10^{-11}$ m ...non riesco a sapere dove sta nell'orbita.

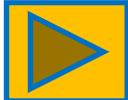
2c. L'altro ieri - 1963

❖ Edward N. Lorenz, 1963, il caos deterministico

❖ Mentre stava preparando una previsione meteorologica che aveva iniziato introducendo nel computer vari parametri quantificati in numeri con **sei cifre decimali**. Riprendendo poi il lavoro dopo un'interruzione pensò bene di abbreviare il compito del computer **riducendo a tre le cifre decimali** dei parametri, considerato che esse erano più che sufficienti per assicurare la precisione scientifica dei risultati; ma quando li ebbe davanti agli occhi non poté che strabiliare constatando **l'abissale difformità riscontrata tra questi e quelli** che si sarebbe ragionevolmente aspettato in base ai parametri impostati. Lorenz si rese allora conto che il tempo atmosferico costituisce un esempio di sistema **non lineare molto complesso** e che quella infinitesima modifica apportata ai parametri meteorologici si era ingigantita a dismisura nel corso del successivo sviluppo fino a sfociare in un **risultato finale del tutto diverso ed imprevedibile.**" [da S. Grieco, *La conoscenza scientifica*. 1998].

2c. Cosa è il caos

❖ E' caotico un sistema dinamico **non lineare**, in cui piccole differenze nelle condizioni iniziali danno luogo a evoluzioni temporali molto diverse; per esempio una palla lanciata in aria non è un fenomeno caotico.

Biliardo  [Phet, electric-hockey:](#)  [Esempio:](#) 

❖ **Sistema non lineare:** $f(x+y) \neq f(x)+f(y)$, $f(kx) \neq k f(x)$

❖ raddoppiando le cause non raddoppiano gli effetti. L'evoluzione di un sistema composto non è a priori scomponibile nell'evoluzione dei suoi sottosistemi. Non è riducibile.

❖ Un sistema caotico non è necessariamente un sistema puramente casuale: spesso il caos segue leggi deterministiche →

caos deterministico

[casualità o imprevedibilità, deterministica, non caotica = π]

2c. Caratteristiche del caos deterministico

- **Sensibilità alle condizioni iniziali:** a variazioni infinitesime delle condizioni al contorno (o, genericamente, degli **ingressi**) corrispondono variazioni finite in uscita.
- **Imprevedibilità:** non si può prevedere in anticipo l'andamento del sistema **su tempi lunghi** rapportati al tempo caratteristico del sistema a partire da assegnate condizioni al contorno.
- **L'evoluzione** del sistema è descritta, nello spazio delle fasi, da innumerevoli *orbite* ('traiettorie di stato'), diverse tra loro con evidente componente casuale agli occhi di un osservatore esterno, e che restano tutte confinate entro un certo spazio definito: **il sistema cioè non evolve verso l'infinito per nessuna variabile. Gli attrattori strani.**

2c. Il caos 1

❖ <http://www.ensta-paristech.fr/~perez/pendule/TriplePendulum.html>

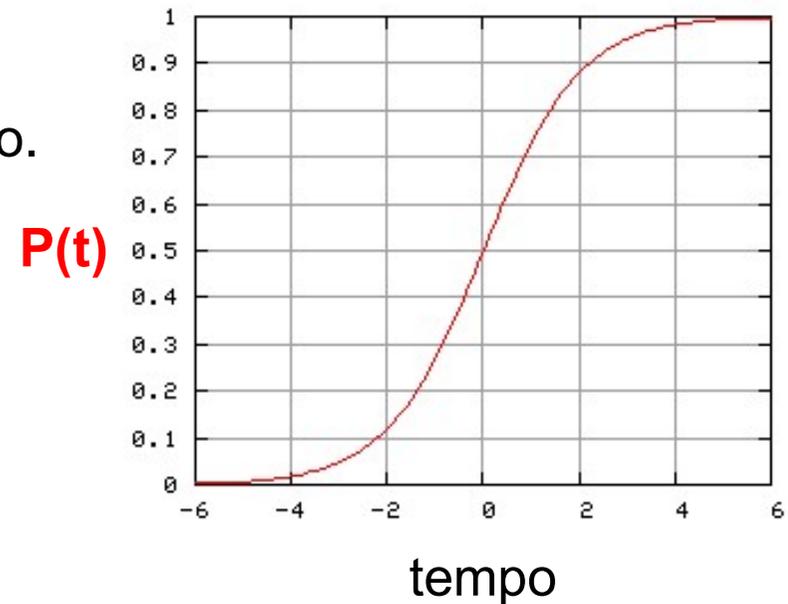


Vediamo cosa succede per un sistema che può diventare caotico.
Un esempio storico...il primo?

P.F. Verhust – 1845: la curva logistica per
l'andamento di una popolazione con il tempo.

$P(t)$ = Popolazione

Dipende da P_0 = Popolazione iniziale
da r = Tasso di crescita



Tasso di crescita \propto Popolazione esistente

Tasso di crescita \propto ammontare delle risorse disponibili

2c. Il caos 2

Qualche esempio numerico $P(t)$ variando r , il tasso di crescita. $P_0=0,1$

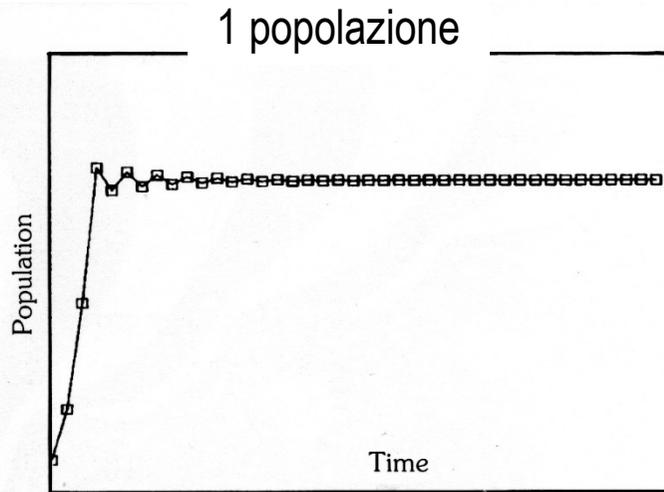


Fig. 17. $r=1.8$

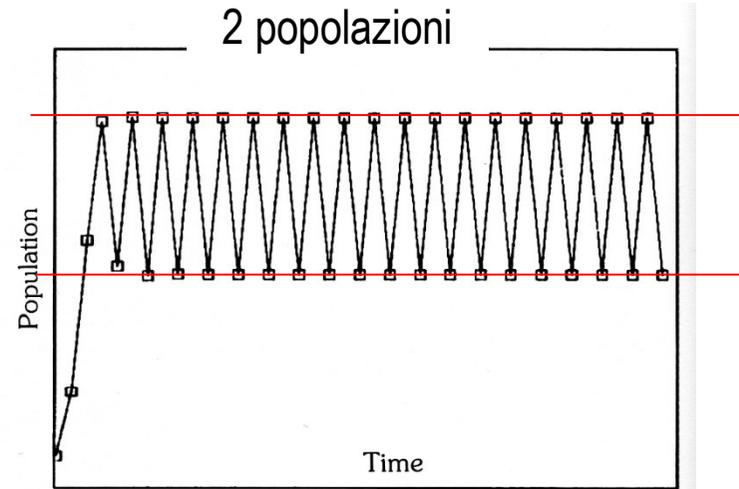


Fig. 18. $r=2.3$

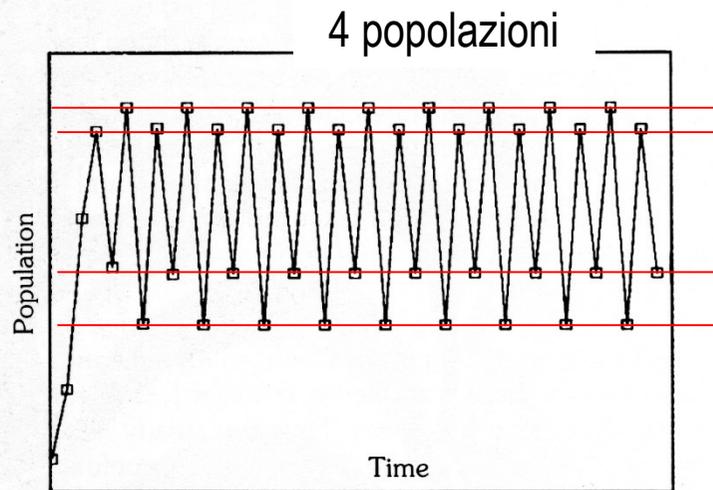


Fig. 19. $r=2.5$

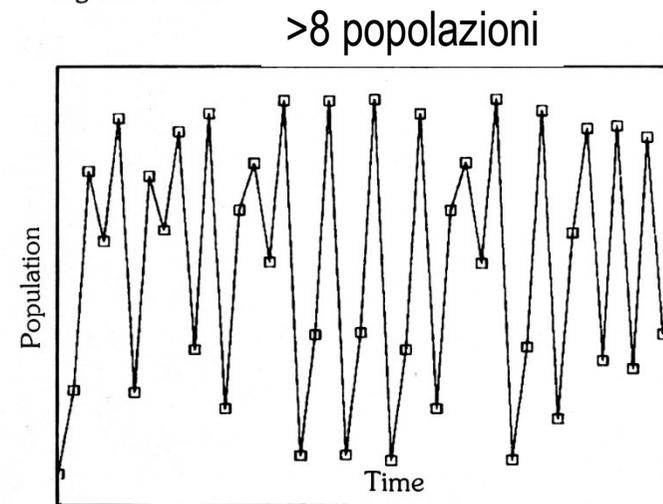
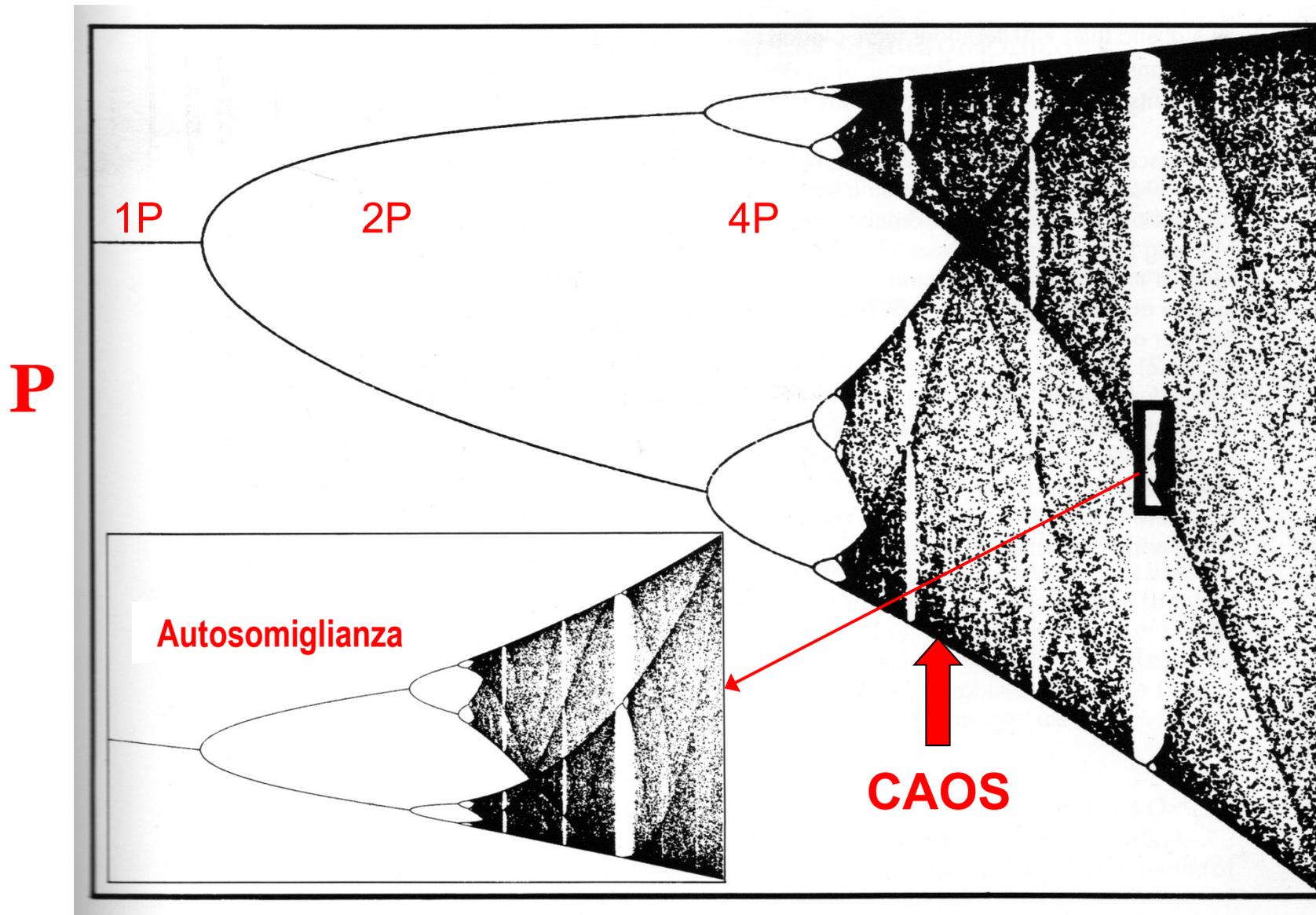


Fig. 20. $r=3$

2c. Il caos 3 – La popolazione per un tempo...lungo

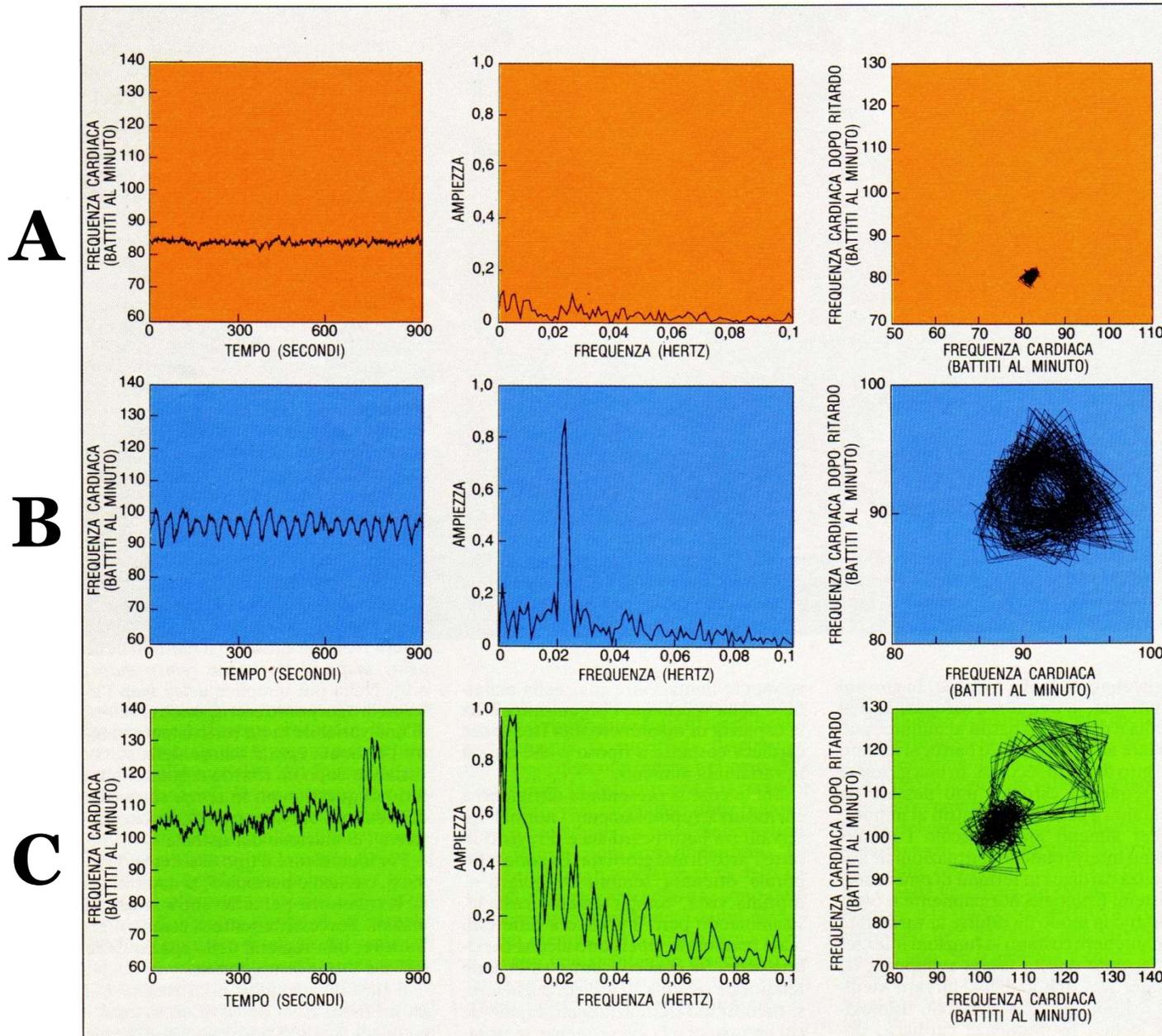


1,9

r = tasso di crescita

3²⁴

2c. Il caos in natura – Il battito del cuore



A: il paziente ha avuto un infarto dopo circa due ore ed è deceduto

B: Il paziente ha avuto un infarto dopo circa 12 ore

C: Il paziente è sano e non presenta problemi di cuore

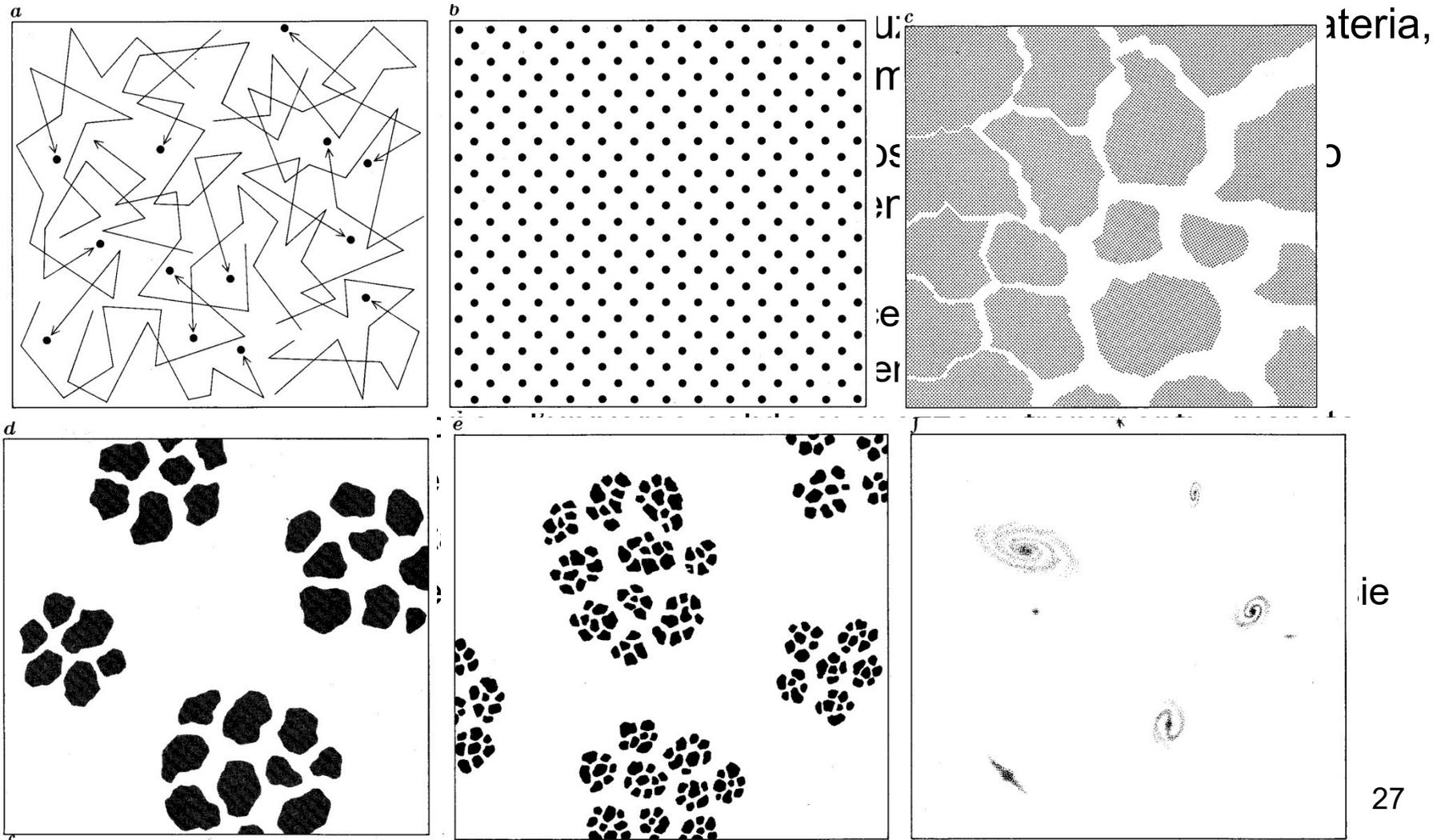
2. Il Vuoto e il Nulla

- ❖ Nello spazio intergalattico c'è il vuoto.
- ❖ Il vuoto in meccanica quantistica non è sempre “vuoto”: le fluttuazioni del nulla esistono (Heisenberg)
 - ❖ La luce emessa dalla frontiera dei buchi neri
- ❖ Al di fuori dell'Universo, oltre l'orizzonte a 13,7 Miliardi di anni luce, non c'è nulla.

Non c'è lo spazio-tempo.

2. Caos e Cosmos *à la carte* (struttura frattale delle galassie)

- ❖ Cosa serve per far nascere e far evolvere l'universo come lo vediamo?
- ❖ Nulla di "predisegnato", nessuna informazione particolare...



Frattali e musica

- H.J.Brothers, ``*Structural Scaling in Bach's Cello Suite No. 3*'', Fractals (Vol. 15, No. 1, 2007; pages 89-95)

Abstract: The Bourrée Part I from Johann Sebastian Bach's Cello Suite No. 3 provides a clear example of structural scaling. The recursive form of this structure can be visualized in the manner of a well known fractal construction — the Cantor set.



<http://www.brotherstechnology.com/math/fractal-music.html>

2. Dal Caos a tutto il resto

❖ La teoria delle catastrofi (l'attacco di un cane – bulimia e anoressia)

❖ Strutture frattali (le arterie – le galassie). Molta informazione con formule semplici: $x_{n+1} = x_n^2 + c$ 

❖ Il mescolamento, o lo stiramento ed il ripiegamento geometrico (l'eruzione del Krakatoa – la preparazione della pasta sfoglia – la luminosità delle stella, lo stiramento di Poincaré). 

❖ Fenomeni emergenti (le reti, Internet, il cervello)

❖ Il caos è necessario per l'evoluzione di sistemi molto complessi, per la diminuzione locale dell'entropia, per l'ordine, per l'informazione



❖ Strutture del Cosmo dopo il Modello Standard. Il Modello Standard non è elegante. MQR ⊕ Gravità

❖ Universi ad N-dimensioni, M-theories

❖ Specchio delle mie brane chi è la più bella del reame?

3. E Laplace?

Laplace aveva ragione? Posso provare a conoscere lo stato di un sistema e la sua evoluzione?

Consideriamo due categorie di sistemi

- ❖ Sistemi macroscopici
- ❖ Sistemi microscopici

...la distinzione non va bene, facciamo un'altra scelta

- ❖ Sistemi con attrito (sistemi "classici" - sviluppo di calore)
- ❖ Sistemi senza attrito (sistemi quantistici)

3. Riprendendo Laplace: posso conoscere l'evoluzione di tutto?

Nel Macroscopico: solo Meccanica Classica e Termodinamica, no QM:

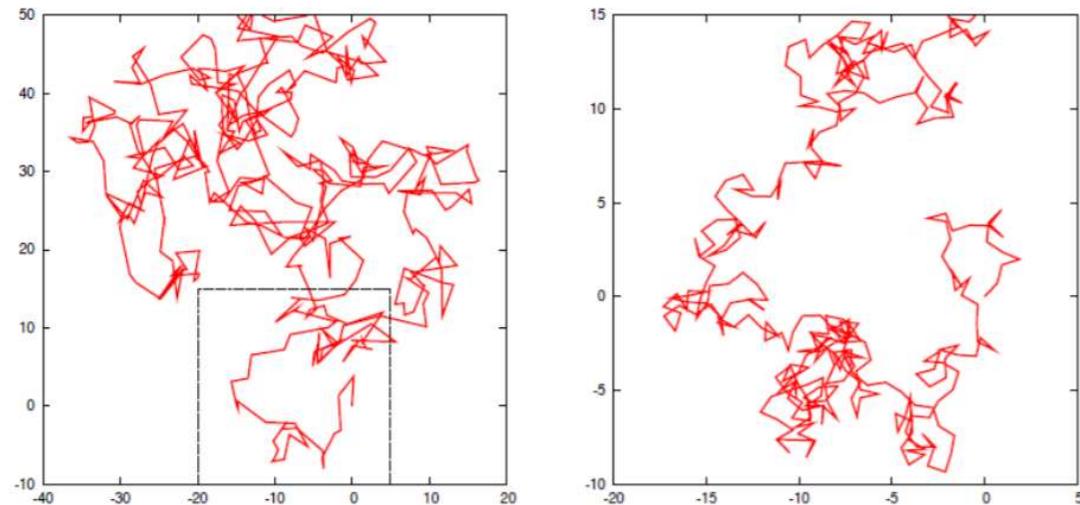
Esiste il moto browniano, scoperto da R. Brown nel 1827 e spiegato da A. Einstein nel 1905:

«**moto disordinato delle particelle (aventi diametro dell'ordine del micrometro) presenti in fluidi o sospensioni fluide, ed osservabile al microscopio**»

$$\langle x^2(t) \rangle \cong 6D \cdot t$$

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta R}$$

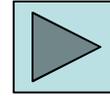
Il moto dipende dalla Temperatura T . Basta trovarsi ad una temperatura diversa da 0 per essere soggetti ad urti da parte dell'ambiente circostante.



2.14: Simulazione di moto browniano in 2D. A sinistra è rappresent percorso ogni 10 step, mentre a destra la parte riquadrata del per è raffigurata per ogni step della traiettoria.

Il moto browniano 1

Moto di particelle in un liquido



Cosa ne dicono alcuni filosofi della Scienza. [da A. Vulpiani]

“Hence the second law of thermodynamics is continually violated, and that to a considerable extent, in any sufficiently small group of molecules belonging to a real body” (Popper)

Feyerabend nel suo famoso libro “Contro il Metodo” arriva ad inventare un moto perpetuo usando una singola molecola e sostenere che il secondo principio della termodinamica è pertanto errato.

In realtà il fenomeno browniano nasce da due fenomeni diversi, [attrito con il fluido + urti delle particelle del fluido] uno dei quali termodinamico, quindi si applica solo ad insiemi molto grandi di particelle interagenti.

Un «motore» molecolare moderno



Il moto browniano 2

Ma è un fenomeno generale applicabile ad ogni corpo: citando liberamente Mörters e Peres [2009], una parte importante della teoria della probabilità consiste nella descrizione del quadro macroscopico che emerge in sistemi caratterizzati da effetti microscopici aleatori. Da questo punto di vista, **il moto browniano può essere visto come il processo macroscopico che descrive il moto di una particella sottoposta a urti microscopici casuali frequenti ma non troppo intensi.**



La posizione dell'estremo di una matita:

La matita è un sistema all'equilibrio termico ($T = 300 \text{ K}$), tutti i suoi atomi avranno un moto legato all'energia termica. Facendo qualche calcolo posso valutare di quanto oscilla la posizione dell'estremo della matita (che vibra con la sua vibrazione fondamentale)

$$\langle x_T^2 \rangle = \frac{k_B T}{m \omega_0^2} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3 \cdot 10^{-3} \cdot (2\pi \cdot 30 \cdot 10^3)^2} \sim 3,5 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$$

Da cui $\sqrt{\langle x_T^2 \rangle} \sim 6 \cdot 10^{-15} \text{ m} \dots$ è un effetto classico!!!

3. Sistemi senza attrito

Sistemi quantistici: Non li posso misurare con grande precisione, in ogni caso esiste un'indeterminazione intrinseca nel valore delle coppie di grandezze coniugate...

Quindi

La conoscenza esatta di tutte le caratteristiche dei sistemi reali non è possibile, può essere molto precisa, ma con dei limiti intrinseci alla Natura stessa

3. Il tempo

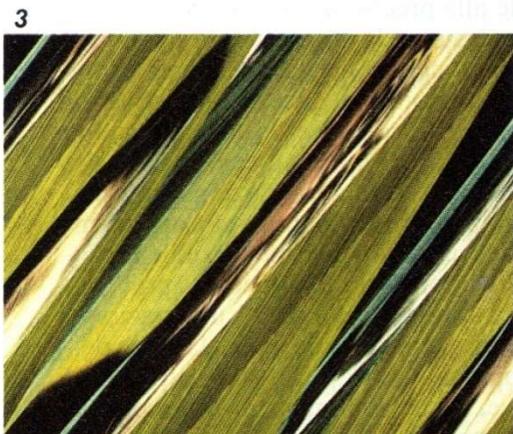
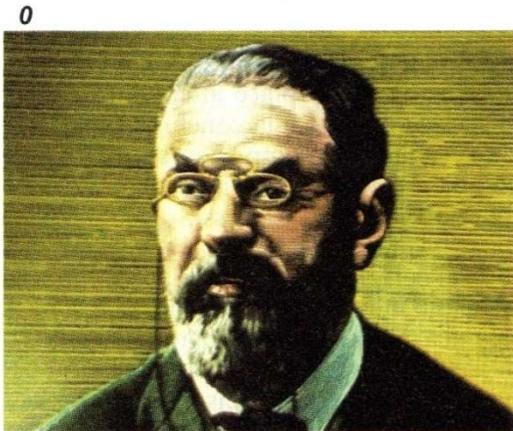
- ❖ Il Caos, l'evoluzione dell'Universo, tutta la nostra vita, sono descritti da una variabile particolare : **IL TEMPO**
- ❖ **Tutte** le teorie prevedono il principio di causalità:
 - ❖ **Prima** viene la causa, **poi** l'effetto
 - ❖ E' il tempo che determina l'ordine.

Possiamo farne a meno? Si, forse.

Julian Barbour: una teoria in cui si fa a meno del tempo...

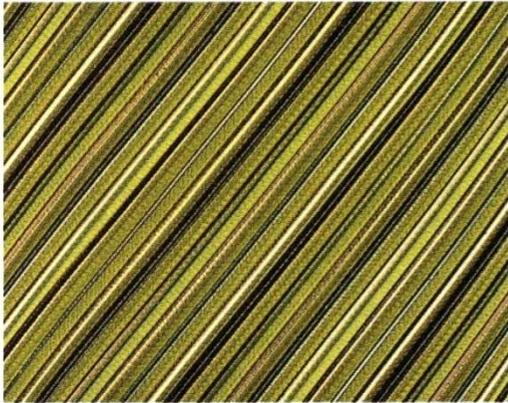


Stiramento Poincaré 1



Stiramento Poincaré 2

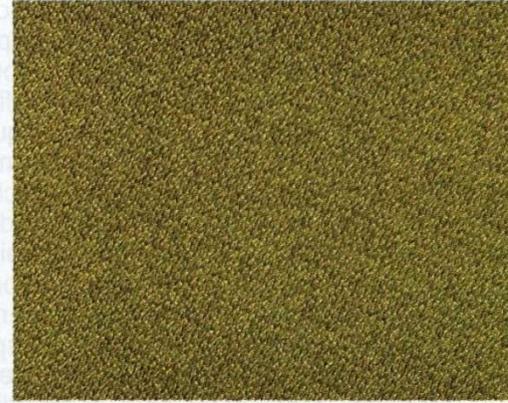
7



10



18



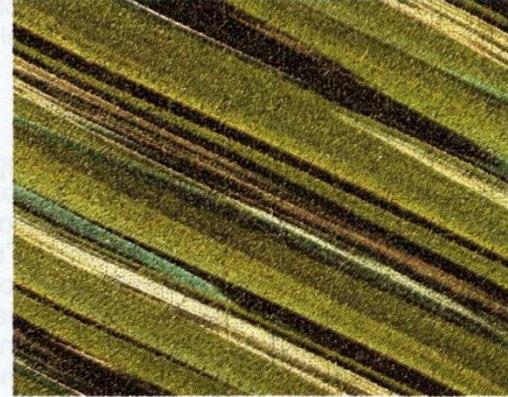
47



48



237



239



240



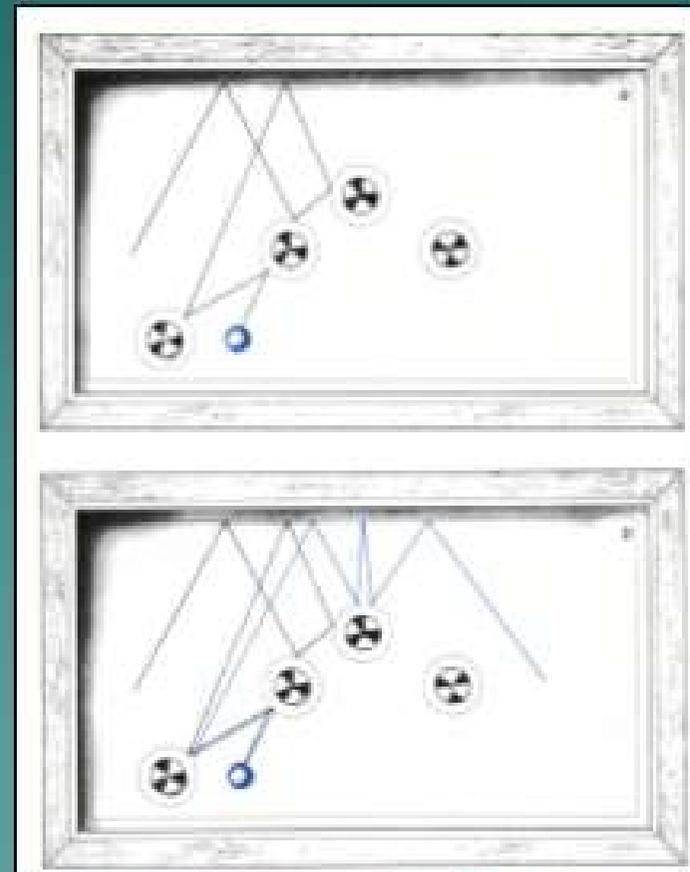
241



Esempi di Caos deterministico

◆ Il biliardo

Gli ostacoli sferici per il potere defocalizzante delle superfici curve fanno sì che piccole differenze iniziali vengano amplificatedopo pochi rimbalzi due traiettorie inizialmente simili hanno una evoluzione completamente diversa



Due problemi da risolvere subito.1

1) Quale è la relazione "giusta"?

Libro/Articolo/Sito	Relazione x;p	Relazione E;t	Significato Δ
W. Heisenberg, 1927	$p_1 \cdot x_1 \sim h$	$E_1 \cdot t_1 \sim h$	p_1 = precisione di p...
W. Heisenberg, 1929	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$		Δ = indeterminazione / ind. media
E.H. Kennard, 1927	$\sigma_x \cdot \sigma_p \geq \hbar/2$	$\sigma_E \cdot \sigma_t \geq \hbar/2$	σ = deviazione standard
Wikipedia	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$	$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$	Δ = incertezza
Javorski, Manuale di Fisica	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$	$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$	Δ = scarto quadratico medio
Halliday -R. – K. Fisica 2	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$	$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$	Δ = larghezza pacchetto, larghezza a mezza altezza della distribuzione
L'Amaldi per i LS - blu	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$	$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$	Δ = indeterminazione
L'Amaldi per i LS	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$	$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$	Δ = indeterminazione // incertezza